

Prof. Dr. Alfred Toth

Addition in Zahlenfeldern

1. Nachdem das „object fading“ bereits durch die algebraische Kategorientheorie erreicht worden war, insofern Morphismen, d.h. Pfeile, Elemente, d.h. Objekte, ersetzen können (vgl. Mac Lane 1972, S. iii, Bense 1976), waren wir in Toth (2019) einen Schritt weitergegangen und hatten die in Toth (1997, S. 21 ff.) definierten semiotischen Morphismen einem „morphism fading“ unterzogen.

Sei

$$\emptyset_i \in (Z(td) \times Z(tt))$$

mit

$$\emptyset_1 = .1.$$

$$\emptyset_2 = .2.$$

$$\emptyset_3 = .3.,$$

d.h.

$$Z(td) = (\emptyset_1, \emptyset_2, \emptyset_3.)$$

$$Z(tt) = (. \emptyset_1, . \emptyset_2, . \emptyset_3).$$

Wir können dann allein mit dem indizierten Symbol $\emptyset_i$ eine semiotisch-kategorientheoretische Matrix erzeugen

	$. \emptyset_1$	$. \emptyset_2$	$. \emptyset_3$
$\emptyset_1.$	$\emptyset_1. \emptyset_1$	$\emptyset_1. \emptyset_2$	$\emptyset_1. \emptyset_3$
$\emptyset_2.$	$\emptyset_2. \emptyset_1$	$\emptyset_2. \emptyset_2$	$\emptyset_2. \emptyset_3$
$\emptyset_3.$	$\emptyset_3. \emptyset_1$	$\emptyset_3. \emptyset_2$	$\emptyset_3. \emptyset_3.$

Damit sind nicht nur die Objekte, d.h. die statischen Subzeichen, durch semiotische Morphismen ersetzt, sondern die letzteren, d.h. $\alpha, \beta, \alpha^\circ, \beta^\circ, \beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ, id_1, id_2$ und id_3 werden durch ein Leersymbol (Platzhalter) $\emptyset_i$ und die Indexmenge $I = (1, 2, 3)$ substituiert.

2. Vor dem Hintergrund der in Toth (2016) zusammenfassend dargestellten ortsfunktionalen Arithmetik, in welcher bekanntlich statt der einen, linearen Peano-Zählweise zwischen drei Zählweisen, der adjazenten, der subjazenten und der transjazenten, unterschieden wird, stellt sich allerdings die Frage nach der Brauchbarkeit einer algebraischen Theorie, in der nicht nur die Objekte, sondern auch die Morphismen „gefaded“ sind. Als Beispiel zeigen wir die Funktionsweisen der Addition in 3×3 -Zahlenfeldern.

2.1. Adjazente Zählweise

$$1 + 1 =$$

□□□	□□□
□■□	■□□
□□□	□□□,

d.h. es muß linear zwischen Rechts- und Linksaddition unterschieden werden.

2.2. Subjazente Zählweise

$$1 + 1 =$$

□■□	□□□
□■□	□■□
□□□	□■□,

d.h. es muß vertikal zwischen Oben- und Untenaddition unterschieden werden.

2.3. Transjazente Zählweise

□□■	■□□	□□□	□□□
□■□	□■□	□■□	□■□
□□□	□□□	□□■	■□□,

d.h. es muß sowohl diagonal zwischen Links/Rechts-Oben und Links-Rechts-untenaddition unterschieden werden.

3. Für das indizierte Symbol der Form $\emptyset_i$ bedeutet dies, daß somit ortsfunktional zwischen Links- und Rechts- sowie Oben- und Untenaddition und ihren vier möglichen Kombinationen differenziert werden muß

$\emptyset_i \rightarrow, \leftarrow \emptyset_i$

$\emptyset_i \uparrow, \emptyset_i \downarrow$

$\emptyset_i \nearrow, \emptyset_i \swarrow, \emptyset_i \nwarrow, \emptyset_i \searrow$.

Wir müssen somit zur Darstellung von arithmetischen Operationen in Zahlensfeldern nicht nur von $\emptyset_i$ und $I = (1, 2, 3)$, sondern von

$\emptyset_{i,j}$ mit $i \in (\rightarrow \leftarrow \uparrow \downarrow \nearrow \swarrow \nwarrow \searrow)$ und $j \in I = (1, 2, 3)$

ausgehen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Kategorien und algebraische Kategorien. In: Semiosis 4, 1976, S. 5-19

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III, 3, S. 287-294

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Grundlegung einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

12.6.2019